

Tentamen Programmacorrectheid, 29 juni 2007

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties.

Opgave 1 (15 %). Gegeven is een programmavariabele $m : \mathbb{Z}$. Beschouw de specificaties

$$(1) \quad \{ m = X \} \quad U \quad \{ X < m < X + 5 \} .$$

$$(2) \quad \{ X < m < X + 5 \} \quad V \quad \{ m = X \} .$$

- (a) Beschrijf deze twee commando's in het nederlands.
- (b) Geef een geannoteerd commando dat aan één van beide specificaties voldoet.
- (c) Geef aan waarom er geen commando kan zijn dat aan de andere specificatie voldoet.

Opgave 2 (40 %). Ontwerp een commando T met logaritmische complexiteit dat voldoet aan

```
const n : ℕ+ , a : array [0 .. n] of ℤ
var i : ℤ
  { P : a[0] < a[n] + 5 }
T
  { Q : 0 ≤ i < n ∧ a[i] < a[i + 1] + 5 } .
```

Voer het volledige stappenplan uit. Bij de stappen 1 en 3 hoef je geen lineaire bewijzen te geven, je moet daar alleen aangeven wat de bewijsverplichtingen zijn en waarom daaraan voldaan wordt.

Opgave 3 (45 %). Gegeven is een functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ die zwak stijgend in zijn eerste argument en zwak dalend in zijn tweede argument is. Commando S wordt gespecificeerd door

```
const m, n : ℕ, c : ℤ ;
var z : ℤ ;
  { P : Z = #{i | 0 ≤ i < m ∧ (∃ j : 0 ≤ j < n ∧ h(i, j) = c)} }
S
  { Q : Z = z } .
```

(a: 25 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied. Geef aan waar berg en dal liggen, hoe de hoogtelijn loopt, en waar je de resterende rechthoek legt. Definieer een geschikte functie en bepaal recurrente betrekkingen daarvoor, zodanig dat Z daarmee berekend kan worden.

(b: 20 %) Bepaal een commando S dat aan bovenstaande specificatie voldoet. Voer hiertoe het volledige stappenplan uit. Bij de stappen 1 en 3 hoef je geen lineaire bewijzen te geven, je moet daar alleen aangeven wat de bewijsverplichtingen zijn en waarom daaraan voldaan wordt.